

ELEKTROTECHNIK M1

1	GLEICHSTROM	1
1.1	ELEKTRISCHE GRÖßEN UND GRUNDGESETZE	1
1.2	ELEKTRISCHE LADUNG UND STROM	1
1.3	ELEKTRISCHES FELD UND STROM	1
1.4	ELEKTRISCHE SPANNUNG UND POTENTIAL	1
1.5	ELEKTRISCHE LEISTUNG UND WIRKUNGSGRAD	2
1.6	ELEKTRISCHER WIDERSTAND UND LEITWERT	2
1.7	OHMSCHER WIDERSTAND	2
2	ZWEIPOLE	2
2.1	DEFINITION	2
2.2	PASSIVE ZWEIPOLE (VERBRAUCHER)	3
2.3	AKTIVE ZWEIPOLE (QUELLEN)	3
2.4	VERBINDUNG VON ZWEIPOLEN	3
2.5	KIRCHHOFFSCHE GESETZE	4
2.6	ERSATZZWEIPOLE	4
2.7	SPANNUNGSTEILER	4
2.8	BRÜCKENSCHALTUNG	4
2.9	MESSUNGEN	5
3	PASSIVE BAUELEMENTE	5
3.1	OHMSCHER WIDERSTAND	5
3.2	KONDENSATOREN	5
3.3	SPULEN	5
4	GRUNDLAGEN DER WECHSELSTROMTECHNIK	6
4.1	KENNGRÖßEN	6
4.2	KOMPLEXE RECHNUNG IM WECHSELSTROMKREIS	6
4.3	LEISTUNG IM WECHSELSTROMKREIS	7
4.4	OHMSCHES GESETZ	7
4.5	BLINDLEISTUNGSKOMPENSATION	7

1 Gleichstrom

1.1 Elektrische Größen und Grundgesetze

Stromdichte	$S = \frac{J}{A}$	$[S] = 1 \frac{A}{mm^2}$
Stromstärke	$J = \frac{\Delta Q}{\Delta t} \frac{\text{Ladungstransport}}{\text{Zeit}}$	

1.2 Elektrische Ladung und Strom

Ladungsmenge	$Q = \int_{t_1}^{t_2} I(t) dt \Rightarrow \Delta Q = I * \Delta t$
---------------------	--

1.3 Elektrisches Feld und Strom

Feldstärke	\vec{E}	$[E] = 1 \frac{V}{m}$
	$\vec{F} = Q * \vec{E}$	Kraft F auf Ladung Q im el. Feld
Ladungsträgerdichte	$n_- : \text{Elektronen}$	$n_+ : \text{Elektronen}$
durchschn. Geschwindigkeit	$V_- = \frac{\Delta l_-}{\Delta t}$	$V_+ = \frac{\Delta l_+}{\Delta t}$
Beweglichkeit b	$\vec{U}_- = b_- * \vec{E}$	$\vec{U}_+ = b_+ * \vec{E}$
Ladung innerhalb Δt	$\Delta Q_- = -n_- * A * \Delta l * e$	$\Delta Q_+ = n_+ * A * \Delta l * e$
Stromstärke I	$I_- = -(-n_- * A * \frac{\Delta l_-}{\Delta t} * e)$ $= A * e * n_- * v_-$	$I_+ = n_+ * A * \frac{\Delta l_+}{\Delta t} * e$ $= A * e * n_+ * v_+$
	$I_{ges} = I_- + I_+ = \frac{\Delta Q_{ges}}{\Delta t} = A * e * (n_- * v_- + n_+ * v_+)$	
Stromdichte S	$S = e * (n_- * v_- + n_+ * v_+) * \vec{E}$	
Proportionalitätskonstante	$k = e * (n_- * v_- + n_+ * v_+)$	nur Abhängig von: Σ d. Ladungsträger (n) Beweglichkeit (b)

1.4 Elektrische Spannung und Potential

Potential	$\varphi = \frac{W}{Q} \frac{\text{Energie}}{\text{Ladung}}$	$[\varphi] = 1 V$
Spannung	$U_{12} = \Delta \varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{W_1 - W_2}{Q}$	
	$U_{12} = \int_1^2 \vec{E} * d\vec{s}$	Zusammenhang zw. Sp. und el. Feld
im homogenen Feld gilt:	$U_{12} = E * l_{12}$	$l_{12} = \text{Abstand Pkt. 1 u. Pkt. 2}$

1.5 Elektrisches Leistung und Wirkungsgrad

Leistung	$P(t) = \frac{dW(t)}{dt}$	$[P] = 1 \text{ W}$
Gleichstrom	$P = \frac{W}{t} = \frac{\text{Energie}}{\text{Zeit}} = U * I$	
Leistungsbilanz	$P_{ab} = P_{zu} - P_v$	
Wirkungsgrad	$\eta = \frac{P_{ab}}{P_{zu}} = \frac{P_{zu} - P_v}{P_{zu}} = 1 - \frac{P_v}{P_{zu}} < 1$	
	$\eta_{ges} = \frac{P_{ab,ver}}{P_{zu,erz}} = \eta_{erz} * \eta_l * \eta_{ver}$	

1.6 Elektrischer Widerstand und Leitwert

Widerstand	R	$[R] = 1 \Omega = 1 \frac{V}{A}$
	Für metallische Leiter gilt:	spezifischer Widerstand
	$R = \varphi * \frac{1}{A}$	$[\varphi] = 1 \Omega * \frac{mm^2}{m} = 1 \Omega * 10^{-6} m$
	Bei Temperaturänderung gilt:	Temperaturkoeffizient
	$R(\vartheta) = R_{20} [1 + \alpha * (\vartheta - 20^\circ)]$	$[\alpha] = 1 \frac{1}{K}$
	$R(\vartheta) = R_{20} + \Delta R$	
	$\alpha = \frac{\Delta R}{R_{20} * (\vartheta - 20^\circ)} = \frac{\Delta R}{R_{20} * \Delta T}$	
Leitwert	$G = \frac{1}{R}$	$[G] = 1 \text{ s (Siemens)} = 1 \frac{A}{V}$
	Für metallische Leiter gilt:	spezifischer Leitwert
	$K = \frac{1}{\varphi}$	$[K] = 1 \text{ s} * \frac{m}{mm^2}$

1.7 Ohmscher Widerstand

allg. ohm. Gesetz	$\vec{S} = K * \vec{E}$	$K = \frac{1}{\varphi}$
spezielle Form	$U = R * I = \frac{\varphi * 1}{A} * I$	$P = R * I^2 = \frac{U^2}{R} = G * U^2 = \frac{I^2}{G}$

2 Zweipole

2.1 Definition

Zweipolgleichung	$U = f(I) \quad \text{bzw.} \quad I = f^*(U)$
Erzeuger	aktiver Zweipol; Erzeugerpeilsystem: $I \rightarrow \downarrow U$
Verbraucher	passiver Zweipol; Verbraucherpeilsystem: $U \downarrow \rightarrow I$

2.2 Passive Zweipole (Verbraucher)

Zweipolgleichung	$U = f(I)$ bzw. $I = f^*(U)$	
Widerstand im AP	$r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$	differentieller Widerstand

2.3 Aktive Zweipole (Quellen)

Grenzfall 1	$I = 0$ (Leerlauf)	$U_0 =$ Leerlaufspannung $P = 0$
Grenzfall 2	$U = 0$ (Kurzschluß)	$I_K =$ Kurzschlußstrom $P = 0$
ideale Spannungsquelle	$U = U_q = U_0$ $I_K \rightarrow \infty$	$U_q =$ Quellenspannung
ideale Stromquelle	$I = I_q = I_K$ $U_0 \rightarrow \infty$	$I_q =$ Quellenstrom
lineare Spannungsquelle	$U = U_q - R_i \cdot I$ $U_0 = U_q$; $I_K = \frac{U_q}{R_i}$	$R_i =$ Innenwiderstand
lineare Stromquelle	$I = I_q - G_i \cdot U$ $U = \frac{I_q - I}{G_i}$ $U_0 = \frac{I_q}{G_i}$; $I_K = I_q$	$G_i =$ Innenleitwert

2.4 Verbindung von Zweipolen

Spannung	$U_{\text{Aktiv}} = U_{\text{Passiv}} = U_{\text{ArbeitsPunkt}}$	$U_{\text{AP}} = \frac{U_q \cdot R}{R + R_i}$
Strom	$I_A = I_P = I_{\text{AP}}$	$I_{\text{AP}} = \frac{U_q}{R + R_i}$
Abgabe max. Leistung	$P_{\text{max}} = \frac{U_q^2}{4R_i} = \frac{U_q}{2} \cdot \frac{I_K}{2}$	$R_L = R_i$
	$U_{\text{AP}} = \frac{U_q}{2}$ $I_{\text{AP}} = \frac{I_K}{2}$	$U_0 = U_q$
Abgabe max. Spannung	$U_{\text{AP}} \approx U_0$; $I_{\text{AP}} \rightarrow 0$; $P \ll P_{\text{max}}$	$R_L \gg R_i$
Abgabe max. Stromes	$I_{\text{AP}} \approx I_K$; $U_{\text{AP}} \rightarrow 0$; $P \ll P_{\text{max}}$	$R_L \ll R_i$

2.5 Kirchhoffsche Gesetze

Knotenregel 3 oder mehr Leitungen zufließende Ströme: +
 $\sum I_{zu} = \sum I_{ab} \Rightarrow \sum I_{zu} - \sum I_{ab} = 0$ abfließende Ströme: -

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (\text{Knotenregel})$$

Maschenregel „Stromkreis“; geschlossener möglicher Kreis einer Ladung

$$\sum_{j=1}^m U_j = 0 \quad (\text{Maschenregel})$$

Praktische Vorgehensweise:

1. Festlegung der Ströme und Stromrichtungen an den Zweipolen
2. Die Ströme bewirken an den passiven Zweipolen (Widerstände) Spannungsabfälle in der gleichen Richtung.
3. Bildung der Maschen
4. Def. Des Umlaufsinn (beliebig, aber einmal festgelegt es muß bleiben)
5. Summenbildung so, daß alle Spannungen in Richtung des Umlaufsinn positiv, alle Sp. entgegen dem Umlaufsinn negativ in die Summe eingesetzt werden.
6. Anwendung des ohmschen Gesetzes.
7. Aufstellen eines linearen Gleichungssystems mit den entsprechenden Knotenpunktgleichungen.

2.6 Ersatzzweipole

Reihenschaltung $R_{ges} = \sum_{i=1}^n R_i$

Parallelschaltung $\frac{1}{R_{ges}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} = \sum_{i=1}^n G_i$ $\frac{1}{R_{ges}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2}$
 $= \frac{R_1 * R_2 * R_3}{R_2 * R_3 + R_1 * R_3 + R_1 * R_2}$

2.7 Spannungsteiler

Spannungsteilerregel $\frac{U_1}{U_2} = \frac{R_1}{R_2}$; $\frac{U_1}{U_i} = \frac{R_1}{R_i}$; $\frac{U_1}{U} = \frac{R_1}{R_{ges}}$ „Potentiometerschaltung“

unbelastet $U_2 = U_1 * \frac{R_2}{R_1 + R_2}$ ($I_2=0$)

belastet $U_2 = U_1 * \frac{R_2}{R_1 + R_2 + \frac{R_1 * R_2}{R_L}}$ ($I \neq 0$; $I_2 = \frac{U_2}{R_L}$)

2.8 Brückenschaltung

$$U_2 = U_1 * \left(\frac{R_3}{R_3 + R_4} - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) = U_1 * \frac{(R_2 * R_3 - R_1 * R_4)}{(R_1 + R_2)(R_2 + R_4)}$$

abgeglichen, wenn: $U_2 = I_1$ d.h. $(R_3 * R_3 - R_3 * R_3) = 0$ $\frac{R_2}{R_1} = \frac{R_4}{R_3}$

2.9 Messungen

Strommessung	$U_A \rightarrow 0; U \approx U_s \Rightarrow R_A \rightarrow 0$	R_A möglichst klein
Spannungsmessung	$I = I_S; I_V \rightarrow 0 \Rightarrow R_V \rightarrow \infty$	R_V möglichst groß
stromrichtige Schaltung	Voltmeter „vor“ Amperemeter $U + U_A \approx U$	bei großen Widerständen
spannungsr. Schaltung	Amperemeter „vor“ Voltmeter $I + I_V \approx I$	bei kleinen Widerständen

3 Passive Bauelemente

3.1 Ohmscher Widerstand

Festwiderstände	Drahtw.; Schichtw.
Veränderliche W.	Potentiometer

3.2 Kondensatoren

Kapazität	$C = \frac{Q}{U}$ $C = \epsilon_0 * \epsilon_r * \frac{A}{l}$	$[C] = 1 \frac{A \cdot s}{V} = 1F$ (Farad) Plattenkondensator
Zweipolgleichung	$i_C(t) = c * \frac{du_C(t)}{dt} = c * \dot{u}_C$	$u_C(t) = \frac{1}{c} * \int_0^t i_C(t) dt$
Energie	$W = \frac{C}{2} * U_{C,0}^2$	
Reihenschaltung	$\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$	$\frac{1}{C_{ges}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}$
Parallelschaltung	$C_{ges} = \sum_{i=1}^n C_i$	$C_{ges} = C_1 + C_2$

3.3 Spulen

Induktivität	$L = \mu * N^2 * \frac{A}{l}$	$[L] = 1 \frac{V \cdot s}{A} = 1H$ (Henry)
Zweipolgleichung	$u_L(t) = L * \frac{di(t)}{dt}$	
Energie	$ W = \frac{1}{2} * L * I^2$	
Reihenschaltung	$L_{ges} = \sum_{i=1}^n L_i$	
Parallelschaltung	$\frac{1}{L_{ges}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$	

4 Grundlagen der Wechselstromtechnik

4.1 Kenngrößen

Periodendauer	T	$i(t) = i(t+nT) ; n \in \mathbb{Z}$
Frequenz	$f = \frac{1}{T}$	$[f] = \frac{1}{s} = 1\text{Hz (Herz)}$
Schwingbreite	$i_{\max} = i_{\min} = i_{pp} = i_{ss}$	$pp = ss = \text{Peak to Peak}$
Scheitelwert	$\hat{i} = \max(i_{\max} , i_{\min})$	
arithmetischer Mittelwert	$\bar{i} = \frac{1}{T} * \int_{t_1}^{t_1+T} i(t) dt ; i(t) = i_{\sim} + \bar{i}$	Gleichwert des Stromes
quadratischer Mittelwert	$I = \sqrt{\frac{1}{T} * \int_{t_1}^{t_1+T} i^2(t) dt}$	Effektivwert des Stromes

Spezialfall:

Sinusförmiger Wechsels.

$$i(t) = \hat{i} * \cos(\omega t + \varphi_i)$$

\hat{i}, \hat{u} : Amplitude, Scheitelwert

$$u(t) = \hat{u} * \cos(\omega t + \varphi_u)$$

$(\omega t + \varphi_i)$
 $(\omega t + \varphi_u)$ } Phasenwinkel

φ_i, φ_u : Nullphasenwinkel

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \quad [\omega] = \frac{1}{s}$$

ω : Kreisfrequenz

Effektivwert

$$U = \frac{\hat{u}}{\sqrt{2}} ; I = \frac{\hat{i}}{\sqrt{2}}$$

4.2 Komplexe Rechnung im Wechselstromkreis

$x = \text{Re}\{\underline{Z}\} ; y = \text{Im}\{\underline{Z}\} ; |\underline{Z}| = \text{Betrag von } \underline{Z} ; \varphi = \text{Winkel von } \underline{Z}$

$$\underline{Z} = x + jy = |\underline{Z}| * e^{j\varphi} ; |\underline{Z}| = \sqrt{x^2 + y^2} ; \varphi = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$$

$$\underline{U} = U * e^{j\varphi_u}$$

$$\underline{I} = I * e^{j\varphi_i} ; \underline{I}^* = I * e^{-j\varphi_i}$$

4.3 Leistung im Wechselstromkreis

Phasenverschiebung	$\varphi = \varphi_u + \varphi_i$	
gemittelte Leistung	$P = \frac{1}{T} * \int_0^T p(t) dt = U * I * \cos\varphi$	
Scheinleistung	$S = U * I$	VA
Wirkleistung	$P = S * \cos\varphi = S * \cos(\varphi_u - \varphi_i)$	W
Blindleistung	$Q = S * \sin\varphi$	var
Leistungsfaktor	$\frac{P}{S} = \cos\varphi (= \lambda)$	max. 1
Darstellung d. Leistung	$\text{Re}\{\underline{S}\} = S * \cos\varphi = Q$ $\text{Im}\{\underline{S}\} = S * \sin\varphi = P$ $\underline{S} = \underline{U} * \underline{I}^* = P + j Q = s * e^{j \varphi_u}$	Wirkleistung in W Blindleistung in var

4.4 ohmsches Gesetz

komplexer Widerstand	$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U * e^{j \varphi_u}}{I * e^{j \varphi_i}} = \frac{U}{I} * e^{j \varphi_u - \varphi_i} = \frac{U}{I} * e^{j \varphi}$ $\underline{Z} = R + j X = Z * e^{j \varphi} ; \quad Z = \sqrt{R^2 + X^2} ; \quad \varphi = \arctan\left(\frac{X}{R}\right)$	
Leistung	$\underline{S} = \underline{U} * \underline{I}^* = \underline{Z} * \underline{I} * \underline{I}^* = \underline{Z} * I^2 = \underline{Y}^* * U^2$ $\underline{Y}^* = \text{Leitwert}$ $\underline{S} = (R + j X) * I^2$ R: Wirkleistung X: Blindleistung $\underline{S} = R * I^2 + j X * I^2 = G * U^2 + j B * U^2$ X = $\omega * L$ $\underline{S} = P + j Q$ B = $\frac{1}{\omega * L}$	
Leitwert	$\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}} = \frac{\underline{I}}{\underline{U}} = G + j B$	B: Kehrwert von X

4.5 Blindleistungskompensation

C_{komp} parallel	$\underline{Y}_{\text{komp}} = j\omega * C_{\text{komp}}$ $\underline{S} = G_v * U^2 + jU^2 \left(\frac{1}{\omega * L} - \omega C_{\text{komp}} \right)$ reine Blindleistung $S = \underline{S} = \sqrt{P_v^2 + (Q_v - U^2 \omega C_{\text{komp}})^2}$ $\cos\varphi = \frac{P_v}{S}$ Leistungsfaktor λ $C_{\text{komp}} = \frac{Q_v - Q}{U^2 * \omega} = \frac{P_v}{U^2 * \omega} * (\tan\varphi_v - \tan\varphi_{\text{komp}})$
----------------------------	---